**ЕН01. Прикладная математика**

**Преподаватель: Дымова Надежда Васильевна**

**Ответы на задания отправлять на электронную почту: nadya.dymova.55@mail.ru**

Отчет о проделанной работе следует выполнять в тетради для практических работ (рукописные задания сканируются либо качественно фотографируются) или в печатном виде на листах формата А4.

При выполнении работы в печатном виде, отчет должен содержать: наименование специальности, номер ПР, тему, ФИО обучающегося, выполнившего эту работу, шифр группы.

Требования к работе, выполненной в печатном виде: шрифт TimesnewRoman,кегль 14, интервал 1,5, отступ 1,25 (красная строка), выравнивание по ширине.

Название рисунков указывается под рисунком, по центру, с обозначением его номера. (Например, Рисунок 1 - Название)

Название таблицы указывается над таблицей, выравнивание по ширине, и должно содержать ее номер (Например, Таблица 1 - Название)

**Обязательно записываем ответ**

**Практическая работа № 3**

Тема «Преобразование логических выражений с помощью формул алгебры высказываний»

**Цель работы:**изучить основы алгебры логики

**Образовательные результаты, заявленные во ФГОС третьего поколения:**

Студент должен

уметь:

- формулировать задачи логического характера и применять средства математической логики для их решения.

знать:

- основные принципы математической логики, теории множеств и теории алгоритмов;

- формулы алгебры высказываний;

- методы минимизации алгебраических преобразований.

**Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы**

**Алгебра логики** – это раздел математики, изучающий высказывания, рассматриваемые со стороны их логических значений (истинности или ложности) и логических операций над ними.

**Логическое высказывание** – это любое повествовательное предложение, в отношении которого можно однозначно сказать, истинно оно или ложно.

**Пример 1.**«3 – простое число» является высказыванием, поскольку оно истинно.

Не всякое предложение является логическим высказыванием.

**Пример 2*.***  Предложение «Давайте пойдем в кино» не является высказыванием.

Вопросительные и побудительные предложения высказываниями не являются.

**Высказывательная форма** – это повествовательное предложение, которое прямо или косвенно содержит хотя бы одну переменную и становится высказыванием, когда все переменные замещаются своими значениями.

**Пример 3*.*** «x+2>5» - высказывательная форма, которая при x>3 является истинной, иначе ложной.

Алгебра логики рассматривает любое высказывание только с одной точки зрения – является ли оно истинным или ложным. Слова и словосочетания «не», «и», «или», «если..., то», «тогда и только тогда» и другие позволяют из уже заданных высказываний строить новые высказывания. Такие слова и словосочетания называются **логическими связками**.

Высказывания, образованные из других высказываний с помощью логических связок, называются **составными**(сложными). Высказывания, которые не являются составными, называются **элементарными** (простыми).

Истинность или ложность составных высказываний зависит от истинности или ложности элементарных высказываний, из которых они состоят.

Чтобы обращаться к логическим высказываниям, им назначают имена.

Каждая логическая связка рассматривается как операция над логическими высказываниями и имеет свое название и обозначение (таблица1.1).

Таблица 1.1 - Основные логические операции

Операция, выражаемая словом «не», называется **отрицанием** и обозначается чертой над высказыванием (или знаком ¬). Высказывание ¬А истинно, когда A ложно, и ложно, когда A истинно.

Операция, выражаемая связкой «и», называется **конъюнкцией** (лат. conjunctio – соединение) или логическим умножением и обозначается точкой « • » (может также обозначаться знаками hello_html_m7f52760d.png  или &). Высказывание А • В истинно тогда и только тогда, когда оба высказывания А и В истинны.

Операция, выражаемая связкой «или» (в неисключающем смысле этого слова), называется **дизъюнкцией** (лат. disjunctio – разделение) или логическим сложением и обозначается знаком hello_html_d8d718e.png (или плюсом). Высказывание Аhello_html_d8d718e.pngВ ложно тогда и только тогда, когда оба высказывания А и В ложны.

Операция, выражаемая связками «если …, то», «из … следует», «... влечет …», называется **импликацией**(лат. implico – тесно связаны) и обозначается знаком → . Высказывание А→В ложно тогда и только тогда, когда А истинно, а В ложно.

Операция, выражаемая связками «тогда и только тогда», «необходимо и достаточно», «... равносильно …», называется **эквиваленцией** или **двойной импликацией** и обозначается знаком ↔ или ~ . Высказывание А↔В истинно тогда и только тогда, когда значения А и В совпадают.

Операция, выражаемая связками «Либо … либо», называется **исключающее ИЛИ** или **сложением по модулю 2** и обозначается XOR или hello_html_5f3ec7e2.png. Высказывание Аhello_html_5f3ec7e2.pngВ истинно тогда и только тогда, когда значения А и В не совпадают.

Импликацию можно выразить через дизъюнкцию и отрицание: hello_html_m3aa2640a.png.

Эквиваленцию можно выразить через отрицание, дизъюнкцию и конъюнкцию: hello_html_33cd6595.png.

Исключающее ИЛИ можно выразить через отрицание, дизъюнкцию и конъюнкцию: hello_html_m62ee80c5.png.

Операций отрицания, дизъюнкции и конъюнкции достаточно, чтобы описывать и обрабатывать логические высказывания.

Порядок выполнения логических операций задается круглыми скобками. Приоритет выполнения: отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, исключающее или, импликация и эквиваленция.

**Логическая формула** - это символическая запись высказывания, состоящая из логических величин (констант или переменных), объединенных логическими операциями (связками).

**Логическая функция** - это функция логических переменных, которая может принимать только два значения: 0 или 1. В свою очередь, сама логическая переменная (аргумент логической функции) тоже может принимать только два значения: 0 или 1.

**Пример 4**. hello_html_ea420db.png – логическая функция двух переменных A и B.

Значения логической функции для разных сочетаний значений входных переменных – или, как это иначе называют, наборов входных переменных – обычно задаются специальной таблицей. Такая таблица называется **таблицей истинности**.

Приведем таблицу истинности основных логических операций (таблица 1.2)

Таблица 1.2

**Пример 5*.*** Составить таблицу истинности для формулы И–НЕ, которую можно записать так: hello_html_2aa7a599.png.

1. Определить количество строк:

    На входе два простых высказывания: А и В, поэтому n=2 и количество строк =22+1=5.

2. Определить количество столбцов:

    Выражение состоит из двух простых выражений (A и B) и двух логических операций (1 инверсия, 1 конъюнкция), т.е. количество столбцов таблицы истинности = 4.

3. Заполнить столбцы с учетом таблиц истинности логических операций (таблица 1.3).

Таблица 1.3. Таблица истинности для логической операции

Логические формулы можно также представлять с помощью языка логических схем.

Существует три базовых логических элемента, которые реализуют три основные логические операции :

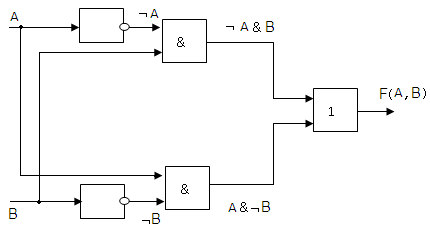
* логический элемент «И» – логическое умножение – конъюнктор;
* логический элемент «ИЛИ» – логическое сложение – дизъюнктор;
* логический элемент «НЕ» – инверсию – инвертор.

**Алгоритм построения логических схем.**

1. Определить число логических переменных.
2. Определить количество логических операций и их порядок.
3. Изобразить для каждой логической операции соответствующий ей логический элемент.
4. Соединить логические элементы в порядке выполнения логических операций.

**Пример 6*.*** По заданной логической функции hello_html_m3ba7434d.png построить логическую схему.

1. Число логических переменных = 2 (A и B).
2. Количество операций = 5 (2 инверсии, 2 конъюнкции, 1 дизъюнкция). Сначала выполняются операции инверсии, затем конъюнкции, в последнюю очередь операция дизъюнкции.
3. Схема будет содержать 2 инвертора, 2 конъюнктора и 1 дизъюнктор.
4. Построение надо начинать с логической операции, которая должна выполняться последней. В данном случае такой операцией является логическое сложение, следовательно, на выходе должен быть дизъюнктор. На него сигналы подаются с двух конъюнкторов, на которые, в свою очередь, подаются один входной сигнал нормальный и один инвертированный (с инверторов).



**Логические законы и правила преобразования логических выражений**

Если две формулы А и В одновременно, то есть при одинаковых наборах значений входящих в них переменных, принимают одинаковые значения, то они называются **равносильными**.

В алгебре логики имеется ряд законов, позволяющих производить равносильные преобразования логических выражений.

1. Закон двойного отрицания: hello_html_28420aa1.png;

2. Переместительный (коммутативный) закон:

* для логического сложения: hello_html_m30fa78b4.png ;
* для логического умножения: hello_html_716ac24b.png;

3. Сочетательный (ассоциативный) закон:

* для логического сложения: hello_html_536bf236.png ;
* для логического умножения:  hello_html_m337198c8.png ;

4. Распределительный (дистрибутивный) закон:

* для логического сложения: hello_html_m7248431d.png ;
* для логического умножения: hello_html_m26f94a7c.png ;

5. Законы де Моргана:

* для логического сложения: hello_html_m7d67fc39.png ;
* для логического умножения: hello_html_m39d65e32.png ;

6. Закон идемпотентности:

* для логического сложения: hello_html_m7c03a251.png ;
* для логического умножения: hello_html_476ece8f.png ;

7. Законы исключения констант:

* для логического сложения: hello_html_m4274635e.png;
* для логического умножения: hello_html_m7ca35956.png;

8. Закон противоречия:hello_html_1d3bf4a0.png;

9. Закон исключения третьего: hello_html_6dcb9855.png ;

10. Закон поглощения:

* для логического сложения: hello_html_m4524f276.png;
* для логического умножения: hello_html_13514b4.png;

11. Правило исключения импликации: hello_html_b00c4f7.png;

12. Правило исключения эквиваленции: hello_html_17de0bb9.png.

Справедливость этих законов можно доказать составив таблицу истинности выражений в правой и левой части и сравнив соответствующие значения.

Основываясь на законах, можно выполнять упрощение сложных логических выражений. Такой процесс замены сложной логической функции более простой, но равносильной ей, называется минимизацией функции.

**Пример 7*.*** Упростить логическое выражение hello_html_3bfad52f.png.

Согласно закону де Моргана: hello_html_m4ec198c0.png.

Согласно сочетательному закону: hello_html_m230aec2d.png.

Согласно закону противоречия и закону идемпотентности: hello_html_m38f1f3e5.png.

Согласно закону исключения 0: hello_html_21069542.png

Окончательно получаем hello_html_2a56edb0.png/

**Задания для практического занятия:**

**Вариант 1**

1. Составить таблицу истинности логического выражения hello_html_m6bdf487e.png

2. Построить логическую схему функции **hello_html_516dd7aa.png**

3. Упростить логическое выражение **hello_html_4a42fe05.png**

4. Определить, являются ли два высказывания эквивалентными A &¬(¬B v C) и A & B & ¬C

5. Определить истинность или ложность высказываний (¬(X<5) v (X<3)) & (¬(X<2) v (X<1)) при X=1

**Вариант 2**

1. Составить таблицу истинности логического выражения hello_html_7c3bf4b4.png

2. Построить логическую схему функции **hello_html_6f12d430.png**

3. Упростить логическое выражение **hello_html_m7cd32714.png**

4. Определить, являются ли два высказывания эквивалентными ¬(¬A & B v A & (B v ¬C)) и ¬B & (¬A v C)

5. Определить истинность или ложность высказываний (¬(X<5) v (X<3)) & (¬(X<2) v (X<1) при X=3

**Вариант 3**

1. Составить таблицу истинности логического выражения hello_html_ma28a9b1.png

2. Построить логическую схему функции **hello_html_m692c2d38.png**

3. Упростить логическое выражение **hello_html_m1a7bce07.png**

4. Определить, являются ли два высказывания эквивалентными ¬C v ¬B v ¬(A v ¬C) и ¬A & B v ¬C & B

5. Определить истинность или ложность высказываний X>1 & (¬(X<5) v (X<3)) при X=2

**Вариант 4**

1. Составить таблицу истинности логического выражения hello_html_m5e8071f1.png

2. Построить логическую схему функции **hello_html_m83d0260.png**

3. Упростить логическое выражение **hello_html_mcaef752.png**

4. Определить, являются ли два высказывания эквивалентными ¬(А v ¬В) v ¬B & C и ¬A & (B ∨ C)

5. Определить истинность или ложность высказываний ¬((X>2) v (X<2)) v (X>4) при X=1

**Вариант 5**

1. Составить таблицу истинности логического выражения hello_html_m2056b402.png.

2. Построить логическую схему функции **hello_html_m6807c654.png**

3. Упростить логическое выражение **hello_html_5311299d.png**

4. Определить, являются ли два высказывания эквивалентными

5. Определить истинность или ложность высказываний X>1 & (¬(X<5) v (X<3)) при X=2

**Вариант 6**

1. Составить таблицу истинности логического выражения hello_html_m6bdf487e.png

2. Построить логическую схему функции **hello_html_516dd7aa.png**

3. Упростить логическое выражение **hello_html_4a42fe05.png**

4. Определить, являются ли два высказывания эквивалентными A &¬(¬B v C) и A & B & ¬C

5. Определить истинность или ложность высказываний (¬(X<5) v (X<3)) & (¬(X<2) v (X<1)) при X=1

**Вариант 7**

1. Составить таблицу истинности логического выражения hello_html_7c3bf4b4.png

2. Построить логическую схему функции **hello_html_6f12d430.png**

3. Упростить логическое выражение **hello_html_m7cd32714.png**

4. Определить, являются ли два высказывания эквивалентными ¬(¬A & B v A & (B v ¬C)) и ¬B & (¬A v C)

5. Определить истинность или ложность высказываний (¬(X<5) v (X<3)) & (¬(X<2) v (X<1) при X=3

**Вариант 8**

1. Составить таблицу истинности логического выражения hello_html_ma28a9b1.png

2. Построить логическую схему функции **hello_html_m692c2d38.png**

3. Упростить логическое выражение **hello_html_m1a7bce07.png**

4. Определить, являются ли два высказывания эквивалентными ¬C v ¬B v ¬(A v ¬C) и ¬A & B v ¬C & B

5. Определить истинность или ложность высказываний X>1 & (¬(X<5) v (X<3)) при X=2

**Вариант 9**

1. Составить таблицу истинности логического выражения hello_html_m5e8071f1.png

2. Построить логическую схему функции **hello_html_m83d0260.png**

3. Упростить логическое выражение **hello_html_mcaef752.png**

4. Определить, являются ли два высказывания эквивалентными ¬(А v ¬В) v ¬B & C и ¬A & (B ∨ C)

5. Определить истинность или ложность высказываний ¬((X>2) v (X<2)) v (X>4) при X=1

**Вариант 10**

1. Составить таблицу истинности логического выражения hello_html_m2056b402.png.

2. Построить логическую схему функции **hello_html_m6807c654.png**

3. Упростить логическое выражение **hello_html_5311299d.png**

4. Определить, являются ли два высказывания эквивалентными

5. Определить истинность или ложность высказываний X>1 & (¬(X<5) v (X<3)) при X=2

**Контрольные вопросы:**

1. Что такое высказывание (приведите пример)?
2. Что такое составное высказывание (приведите пример)?
3. Укажите приоритеты выполнения логических операций.
4. Составьте таблицу истинности для следующих операций: отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция.
5. Изобразите функциональные элементы: конъюнктор, дизъюнктор, инвертор.
6. Какие логические выражения называются равносильными?
7. Запишите основные законы алгебры логики.